UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2005-2006. MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora científica **(no programables, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos)**, pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1A.- Sea $f : \Re \to \Re$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$
(a) [1'5 puntos] Determina $a, b \in \Re$ sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2, 2) y tiene un punto de inflexión de abscisa x = 0.
(b) [1 punto] Calcula las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de inflexión.

Ejercicio 2A.- Sea $f : (0, 2) \to \Re$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} Lnx & si \quad 0 < x \le 1 \\ Ln(2-x) & si \quad 1 < x < 2 \end{cases}$, siendo Ln la función logaritmo neperiano.
(a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en el punto x = 1.
(b) [1'5 puntos] Calcula $\int_1^{1'5} f(x)dx$

Ejercicio 3A.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$
(a) [1'25 puntos] Halla, si existe, la matriz inversa de AB + C .
(b) [1'25 puntos] Calcula, si existen, los números reales x e y que verifican: $C\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Ejercicio 1A.- [2'5 puntos] Sea la recta r de ecuación (x − 1)/1 = (y + 2)/3 = (z − 3)/(-1) y el plano π de ecuación
x − y + z + 1 = 0. Calcula el área del triángulo de vértices ABC , siendo A el punto de corte de la recta r y el plano π, B el punto (2, 1, 2) de la recta r y C la proyección ortogonal del punto B Sobre el plano π.

Opción B

Ejercicio 1B.- [2'5 puntos] Se desea construir una lata de conserva en forma de cilindro circular recto que tenga una superficie total de 200 cm^2. Determina el radio de la base y la altura de la lata para que el volumen sea máximo.

Ejercicio 2B.- (a) [0'75 puntos] Haz un esbozo del recinto limitado por las curvas $y = 15/(1 + x^2)$ e $y = x^2 - 1$.
(b) [1'75 puntos] Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 3B.- Considera el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{aligned} x + y - z &= -4 \\ 3X + \lambda y + z &= \lambda - 1 \\ 2x + \lambda y &= -2 \end{aligned}$$

(a) [1'25 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.
(b) [1'25 puntos] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4B.- [2'5 puntos] Halla las ecuaciones paramétricas de una recta sabiendo que corta a la recta r de ecuación x = y = z, es paralela al plano π de ecuación 3x + 2y − z = 4 y pasa por el punto A(1, 2, −1).